

MATEMATIKA 2  
Ispit

2. rujna 2013.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li  $F(x) = (\tan x)^3$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{3\sin^2 x}{\cos^2 x}$ ?  
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int \sin x \cdot \cos^3 x dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_0^4 (x-1)(x-3)dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = e^{\sin x + \cos y}$  oko  $(x_0, y_0) = (0, \frac{\pi}{2})$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = -0.02$  i  $\Delta y = 0.03$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = \sin x$  i  $y = \cos x$  te pravcima  $x = \frac{\pi}{4}$  i  $x = \frac{3\pi}{4}$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

(a)  $3y' - x^2 = y$  (b)  $y' \sin x + y \cos x = 2$  (c)  $\ln y + 3x = (y')^2$  (d)  $x \sin y = y'$ .

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

2. rujna 2013.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int \frac{\sqrt[3]{x+\ln x}}{x} dx$ , (4 boda)

(ii)  $\int_1^{e^\pi} \sin(\ln x) dx$ . (6 bodova)



2. (i) Odredite volumen tijela nastalog rotacijom oko osi  $y$  lika omeđenog parabolom  $x + y^2 = 10$  i pravcem  $x = 0$ . (6 bodova)

- (ii) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približnu vrijednost funkcije  $f(x, y) = \frac{x^3}{y^3}$  u točki  $(2.98, 1.1)$ . (4 boda)

3. (i) Promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy.$$

(5 bodova)

- (ii) Izračunajte taj integral (u bilo kojem poretku) ako je  $f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$ .  
(5 bodova)

4. (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu zadanu jednadžbom

$$2x^2 + 3y^2 + 5z^2 + \ln(2x + 3y - 4z) = 10, \quad z = f(x, y)$$

u točki  $(1, 1, 1)$ . (5 bodova)

- (ii) Odredite  $z_{yy}(x, y)$ . (5 bodova)

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 5y = -x.$$

(7 bodova)

(ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y'' - 4y' + 5y = -x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \quad (3 \text{ boda})$$